Réseaux géométriques pour l'indexation et la recherche de données en grandes dimensions

Loïc Paulevé

IRISA/TEXMEX

Juin 2008

Introduction

- Base de données representées par des vecteurs de $\mathbb{R}^n$
- Similarité = Distance (euclidienne)
- But : trouver les k plus proches voisins d'un point requête.

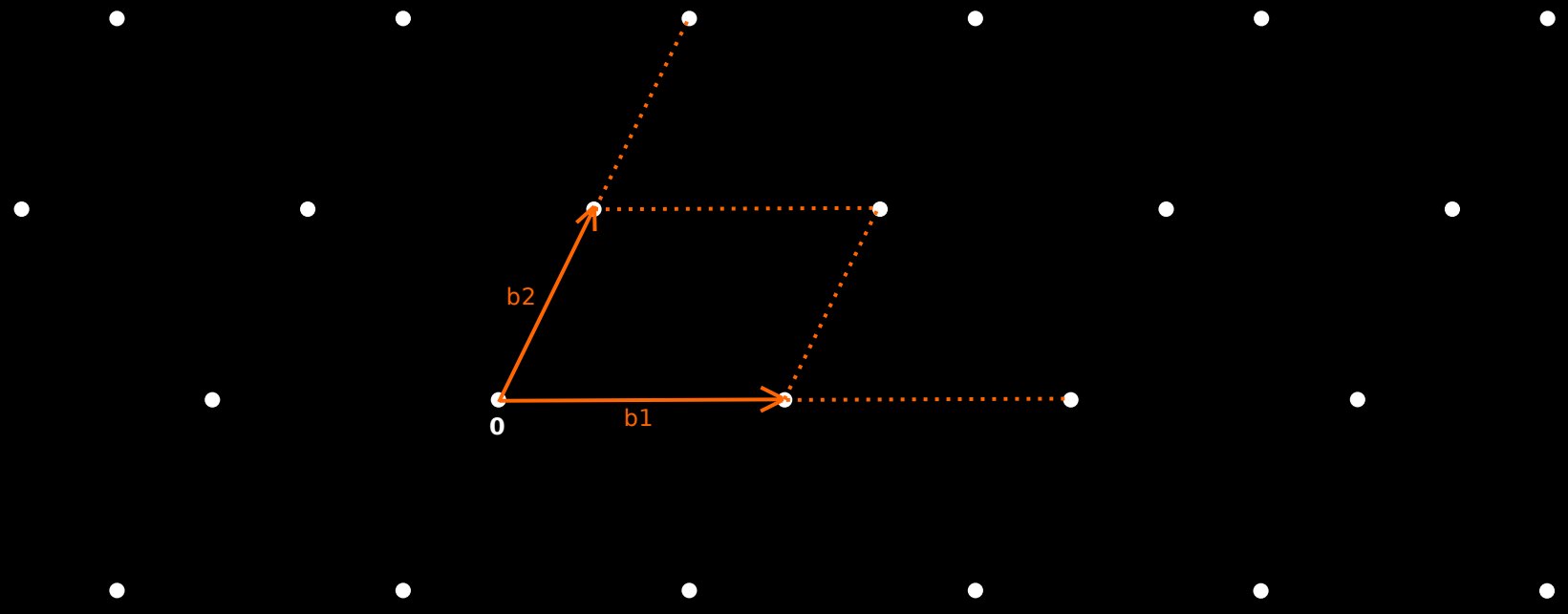
Algorithme naïf :

```
comparer la requête à toutes nos données,
garder les k plus proches.
```

- Indexation des données : organisation, pre-traitement
- Recherche Approximative

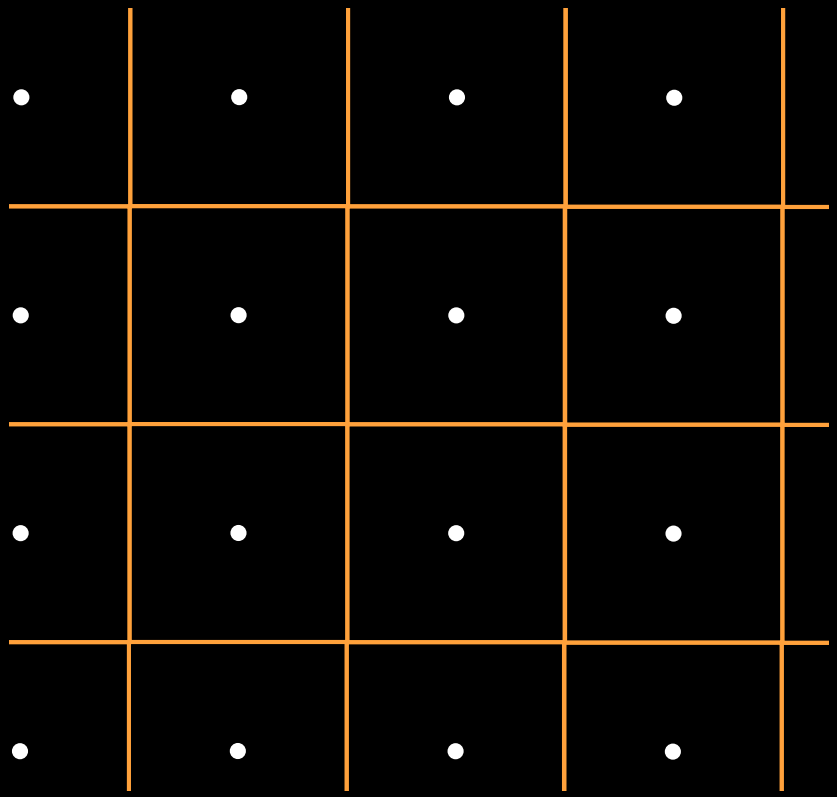
Les réseaux géométriques

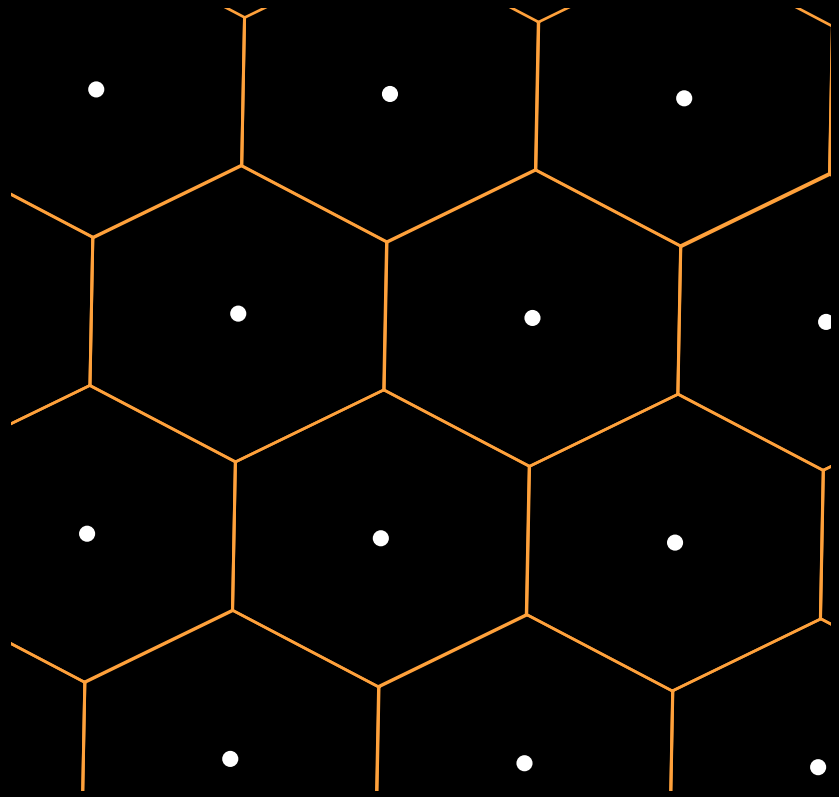
Un réseau Λ est un ensemble de points engendré par une base de vecteurs de $\mathbb{R}^n$.



Régions de Voronoï

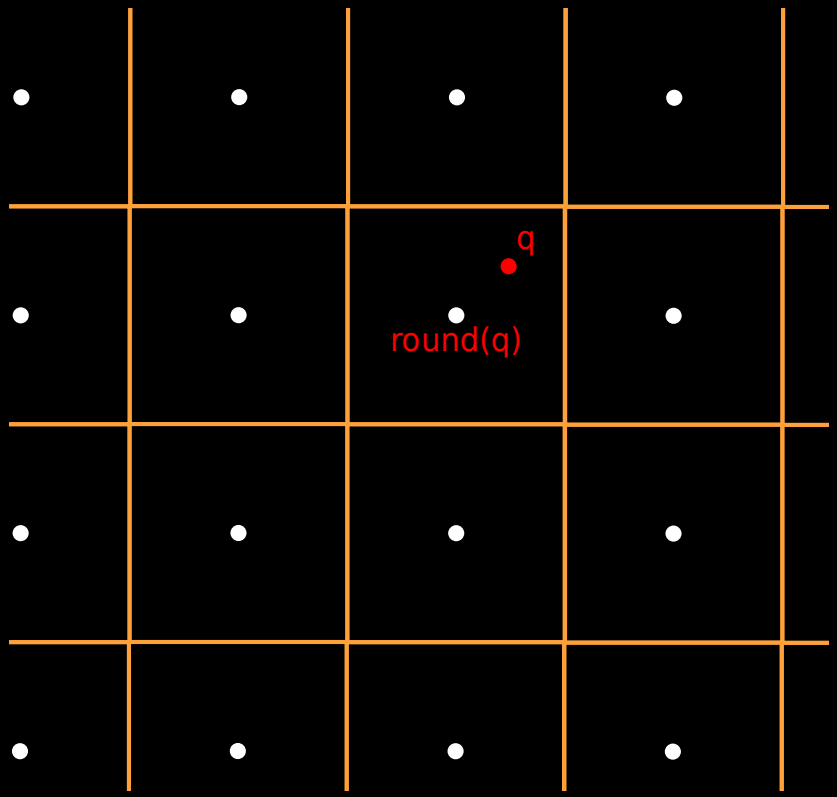
- Les régions de Voronoï des points seront nos cellules
- Forme et volume identiques en tout point du réseau

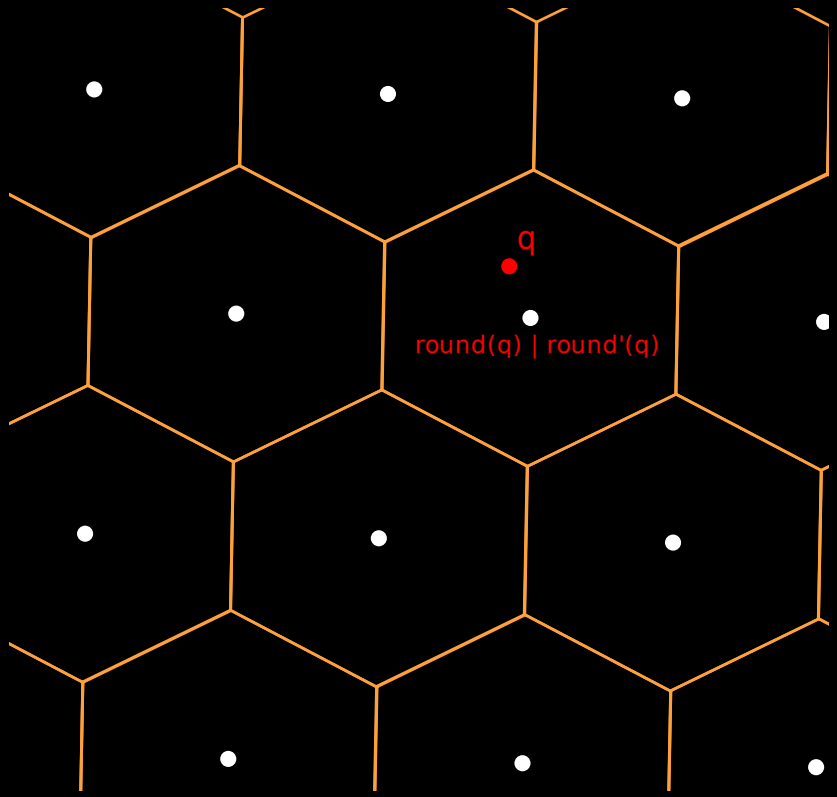




Décodage (Quantification vectorielle)

- Indépendant du nombre de données
- Indépendant du nombre de cellules



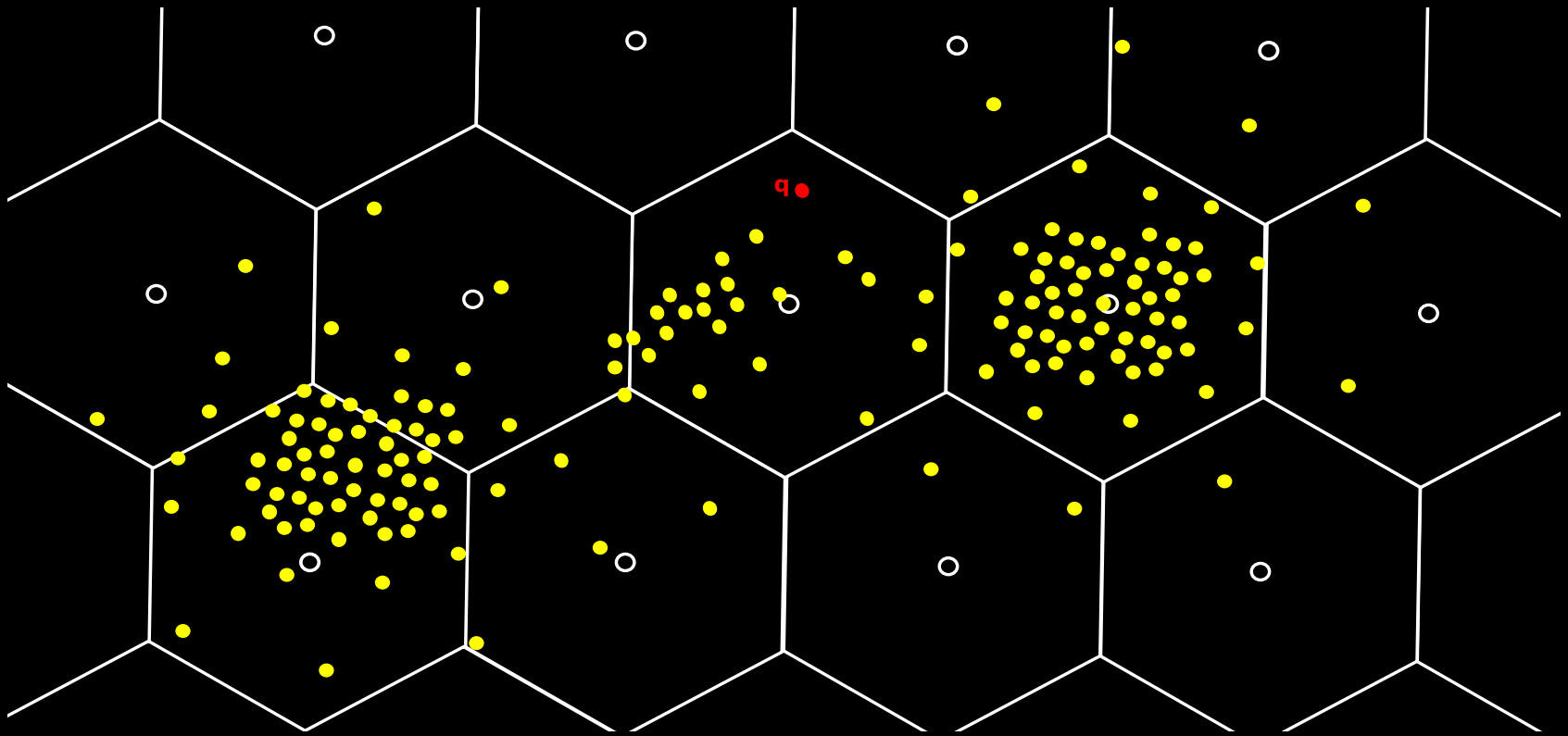


Expériences

- 1 million de vecteurs Sift (images)
- Base en dimension 128
- Base en dimension 8
- Réseaux : $\mathbb{Z}^n$, D_n, D_n^+, D_n^*, A_n, A_n^*

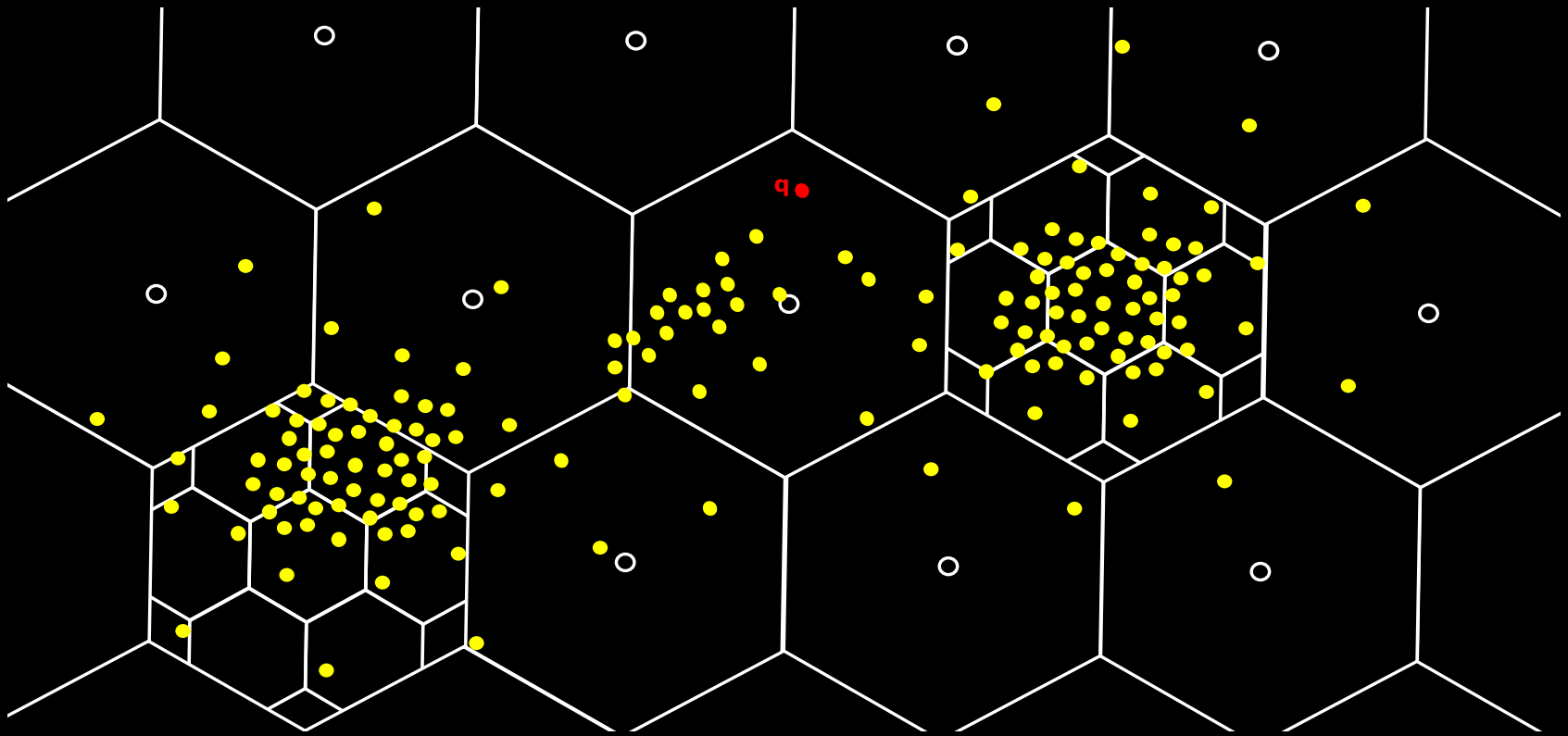
Indexation avec un réseau

- Choix du réseau, échelle, translation, rotation
- Compromis peu de cellules vides / peu de cellules très pleines

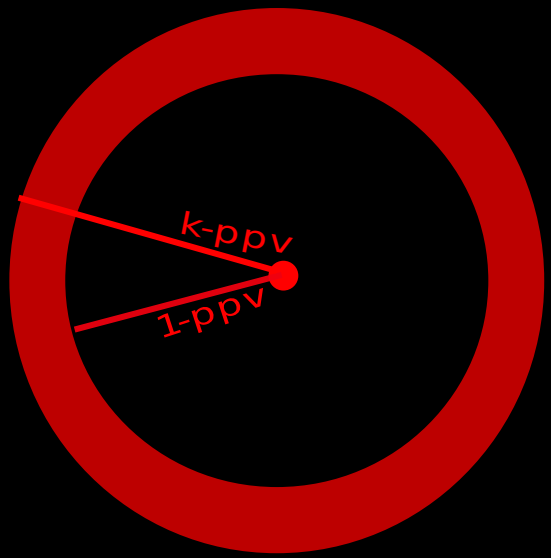


Indexation avec un réseau

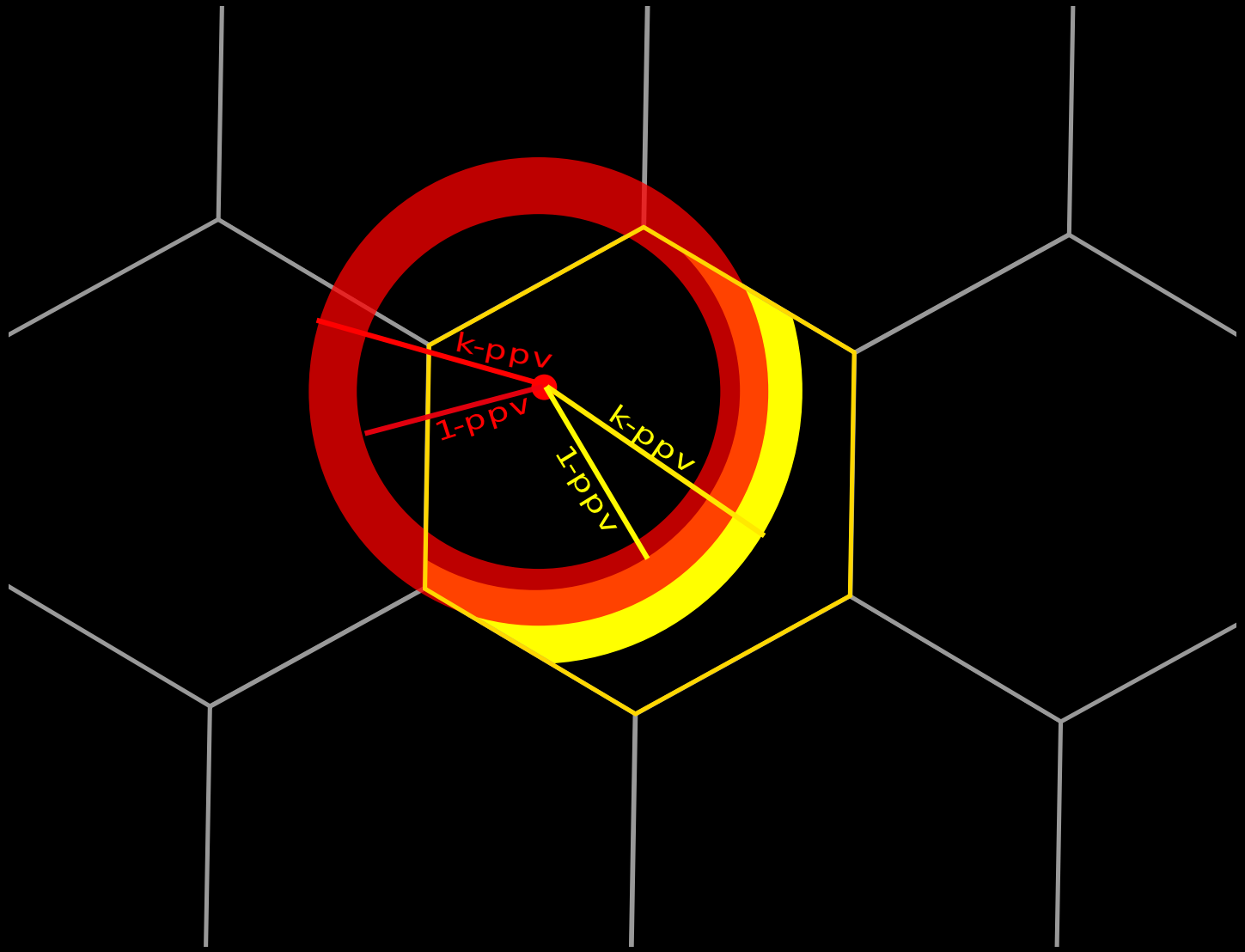
- Choix du réseau, échelle, translation, rotation
- Compromis peu de cellules vides / peu de cellules très pleines



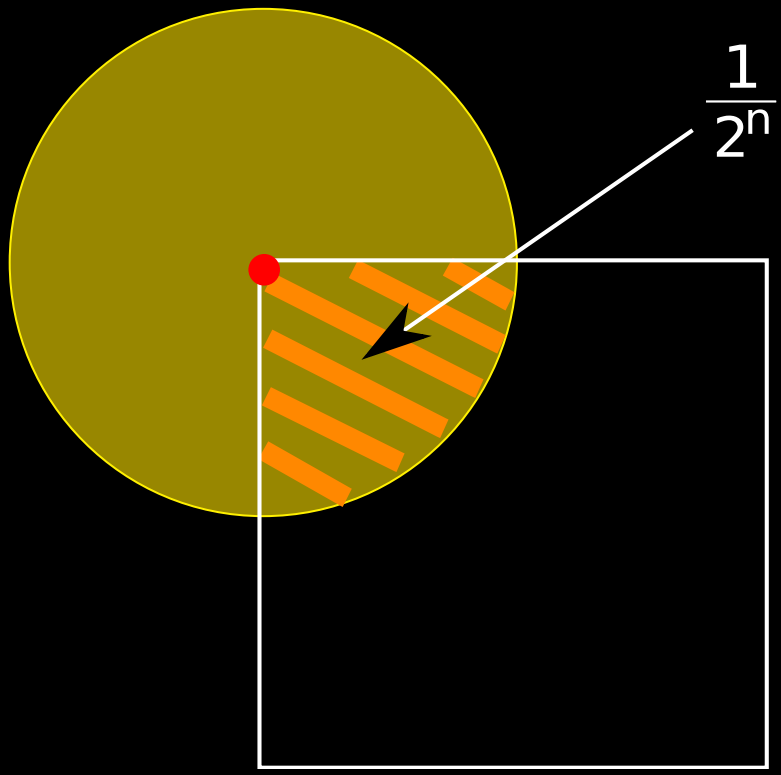
Plus proches voisins



Plus proches voisins dans un réseau



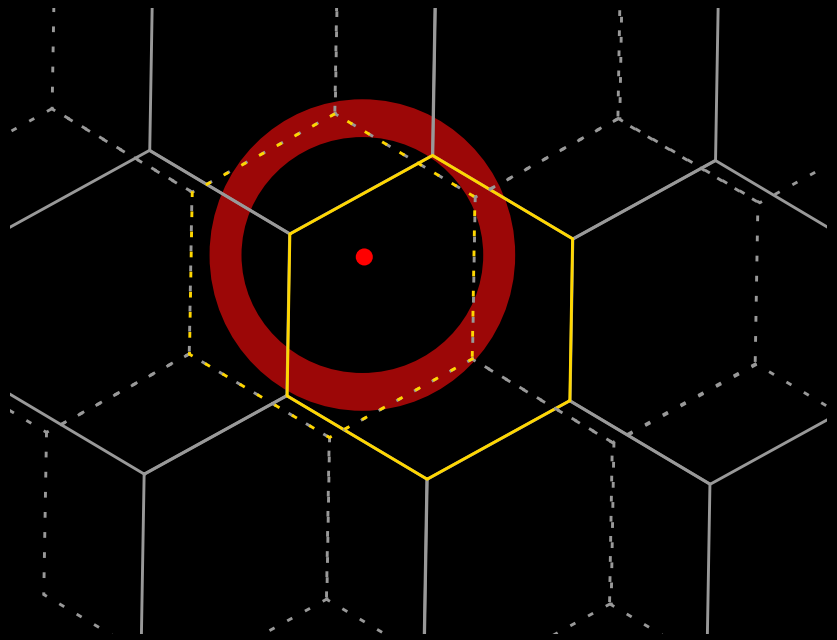
Effet de la dimension



- $n = 2 \longrightarrow 0.25$
- $n = 128 \longrightarrow 3.10^{-39}$

Booster les résultats

Utiliser plusieurs réseaux :



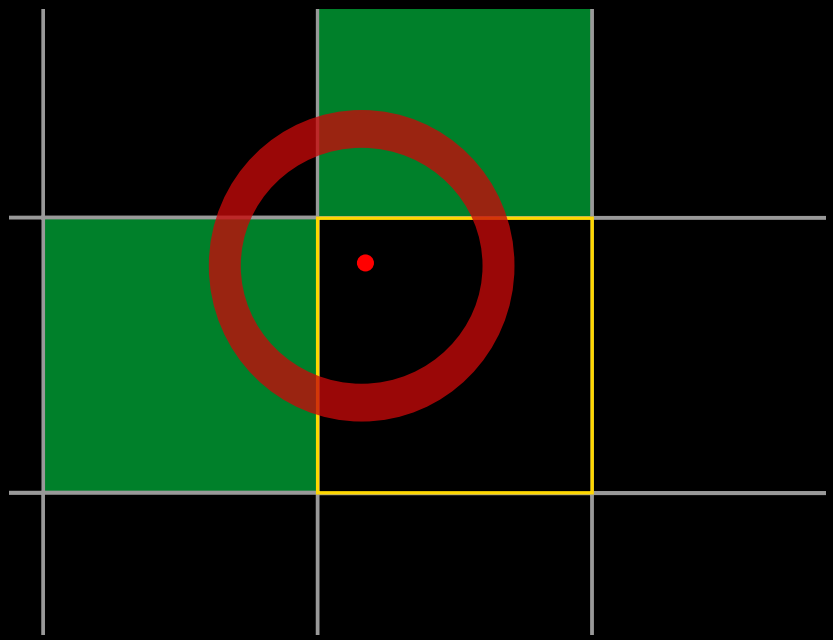
- Choisir le plus centré sur la requête, ou
- union des cellules.

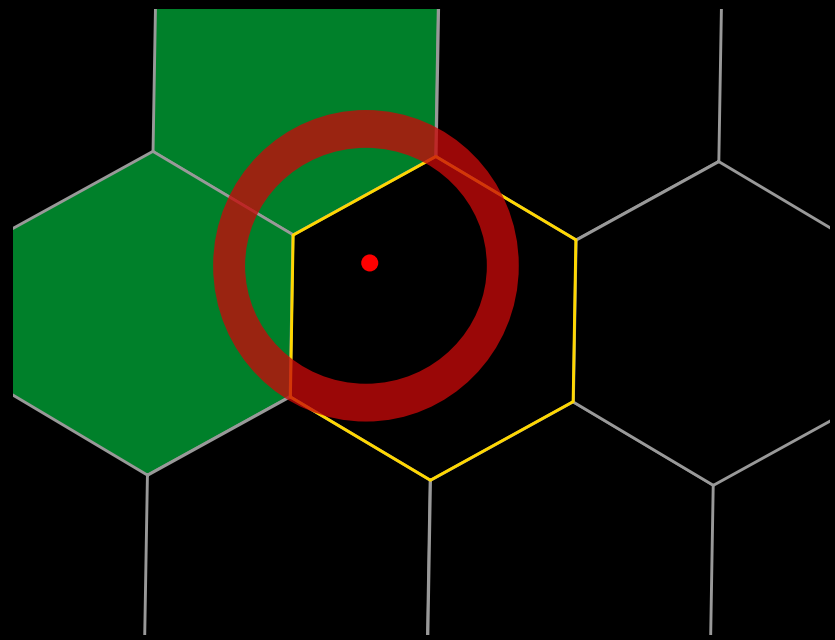
Les données sont dupliquées dans chacun des réseaux.

Booster les résultats sans duplication

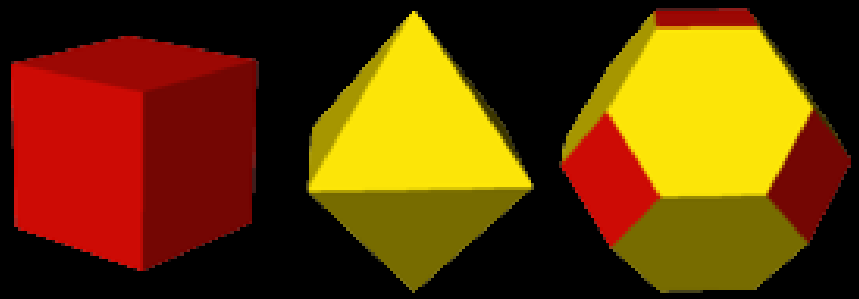
Profiter de la géométrie des réseaux :

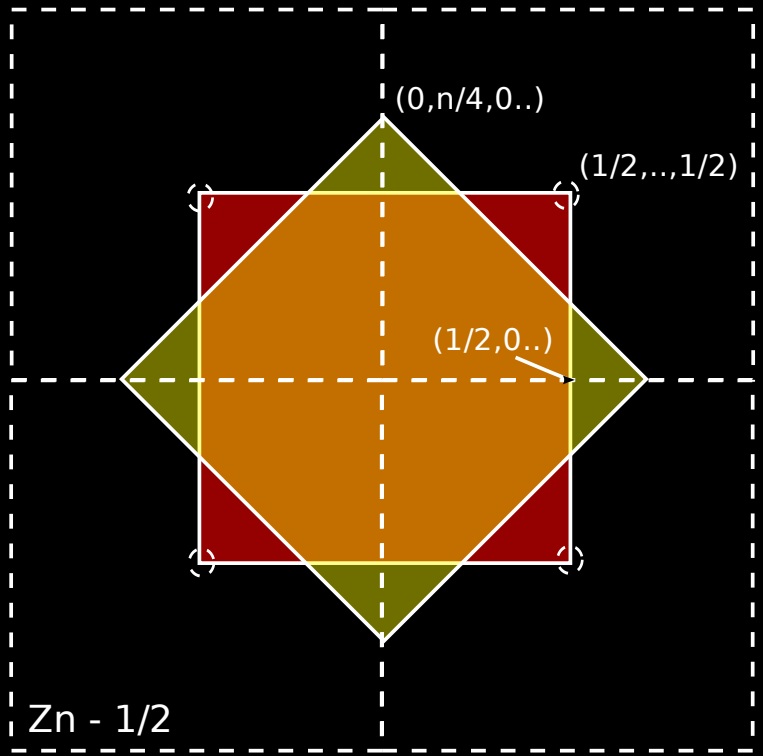
- Si on connait une face, on sait calculer la cellule derrière
- Bon remplissage de la boule des plus proches voisins
- On veut un nombre raisonnable de faces, calculées rapidement



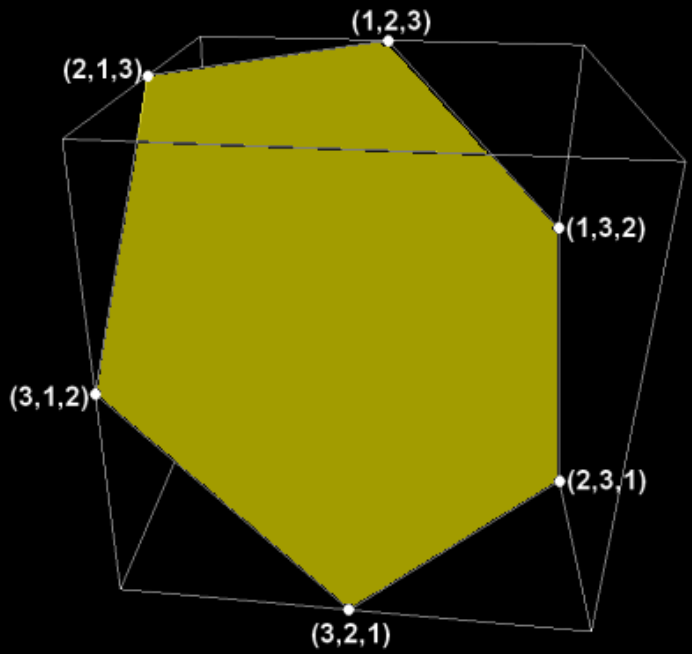


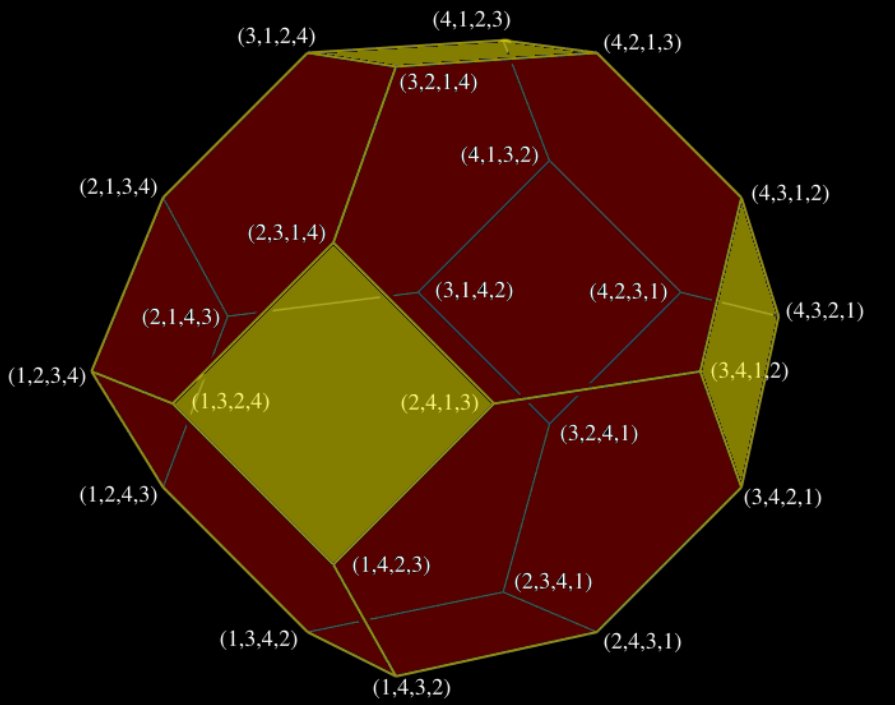
L'Octaèdre tronqué (D_n^*)





Le Permutoèdre (A^*_{n-1})





$n!$ sommets, $2^n - 2$ faces

Sommet le plus proche : même ordre dans les coordonnées

Expériences

Rappel des 50 plus proches voisins sur 1000 requêtes :

- dimension 128, D^* :
  - réseau seul : 16% pour 1% lu
  - union : 66% pour 6% lu
  - ppf : 47% pour 7% lu

- dimension 8, A^*
  - réseau seul : 40% pour 0.5% lu
  - union : 93% pour 3% lu
  - ppf : 87% pour 2.5% lu (66% pour D^*)

Conclusions

Les résultats peuvent paraître décevant, mais

- on travaille directement dans la dimension des données,
- on utilise peu d'index
- cela s'améliore quand la dimension diminue

Approche connexe : LSH

- travail en dimension 1 (projections)
- des multitudes d'index

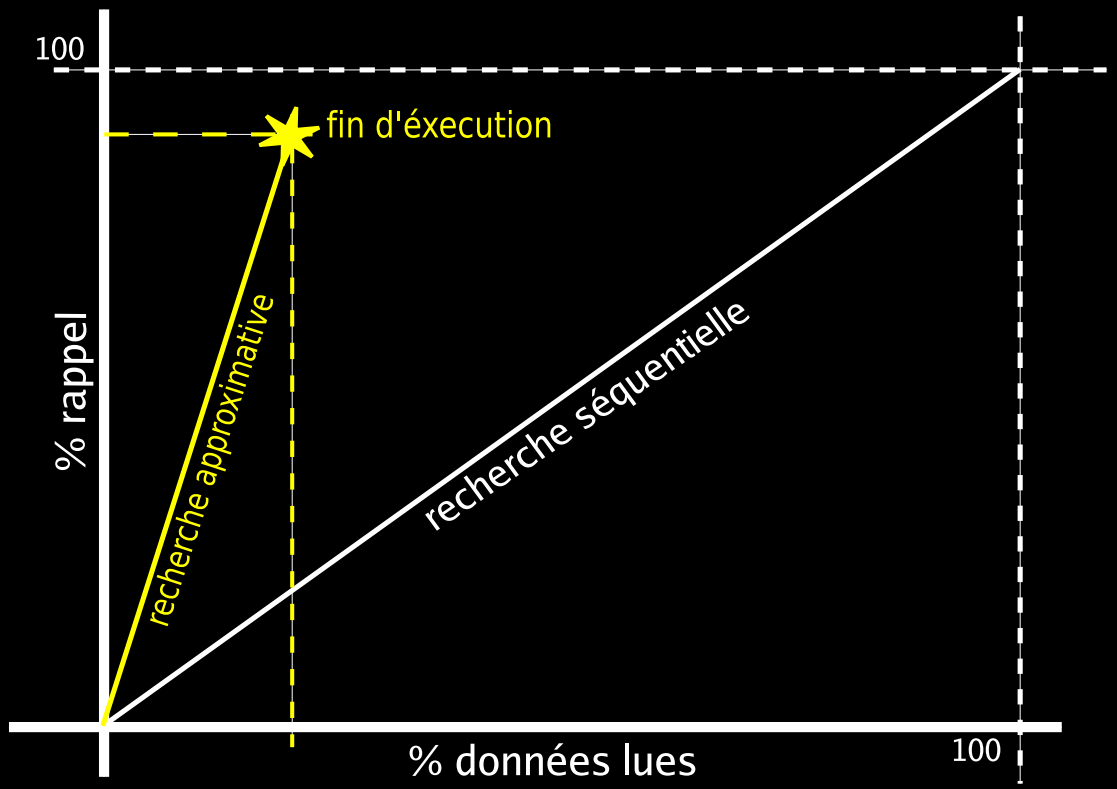
Réduire ce nombre d'index grâce aux réseaux :

- en travaillant en dimension > 1
- en utilisant leur géométrie : plus proches faces.

Questions ?

Bonus

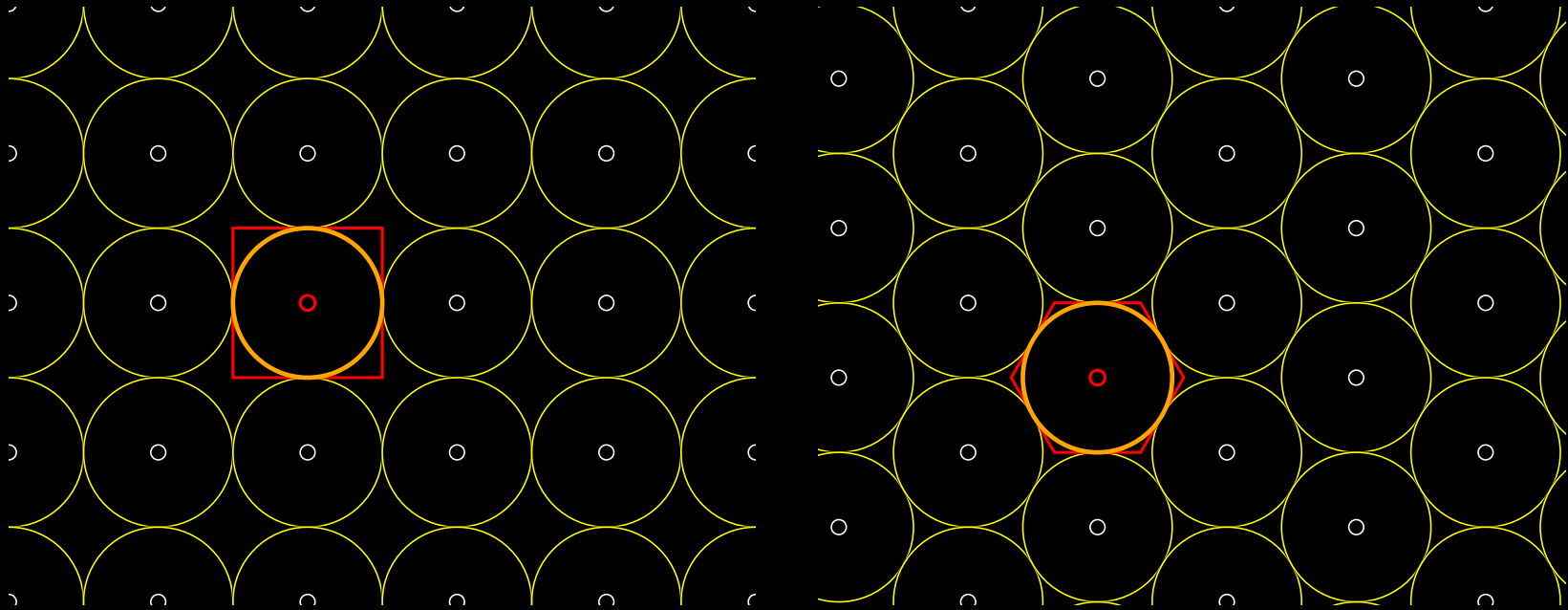
Recherche approximative



On veut cibler une petite région de l'espace contenant des potentiels plus proches voisins.

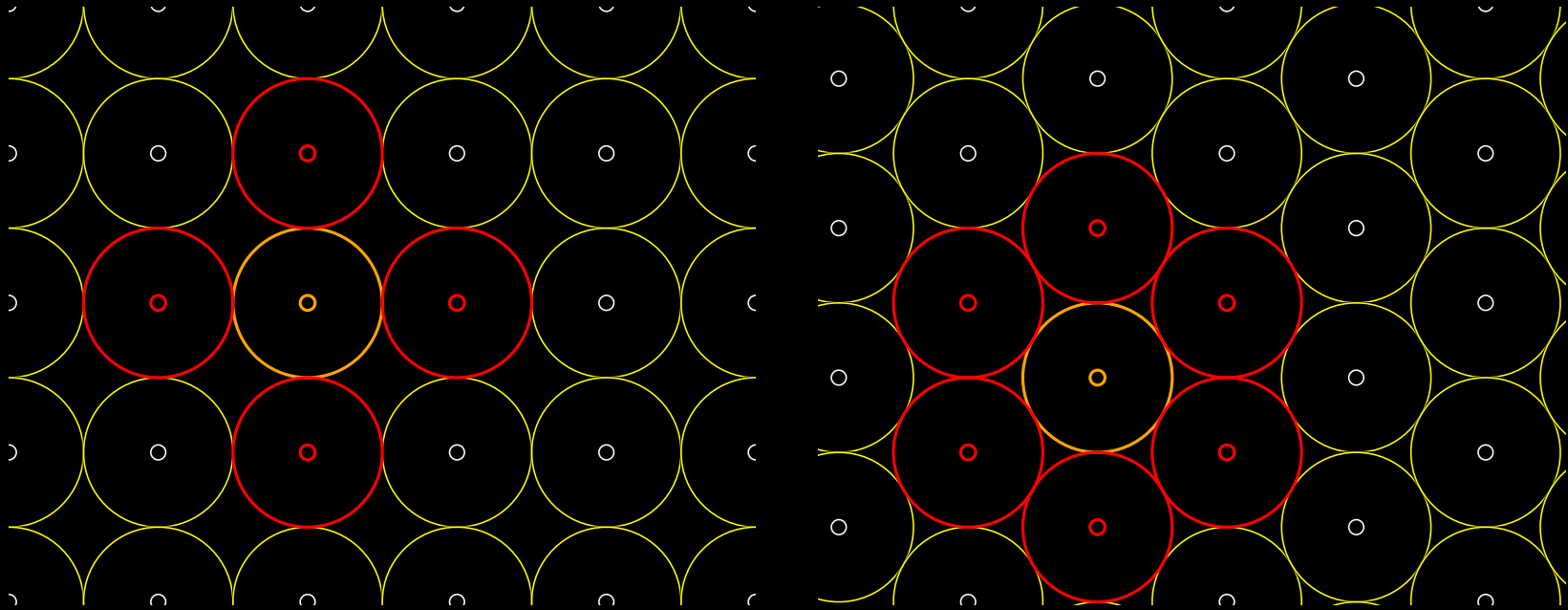
Défis géométriques (1)
Sphere packings

Empilement de sphères le plus compact possible



Défis géométriques (2)
Kissing number

Nombre d'embrassements maximal possible



Défis géométriques (3)
Coverings

Recouvrement de tout l'espace par des sphères